

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ №4

1.1. Ускорение свободного падения на Луне равно $1,7 \text{ м/с}^2$. Каким будет период колебаний математического маятника на Луне, если на Земле он равен 1 с ? Зависит ли ответ от массы груза?

1.2. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t = 5 \text{ мин}$ уменьшилась в два раза. За какое время t , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

1.3. Два гармонических колебания с амплитудой 28 мм и 45 мм складываются в одно колебание с амплитудой 53 мм . Колебания происходят по одному направлению и имеют одинаковую частоту. Определить разность фаз складываемых колебаний.

2.1. Частица совершает гармоническое колебание с амплитудой A и периодом T . Найти: а) время t , за которое смещение частицы изменяется от 0 до $A/2$; б) время t , за которое смещение изменяется от $A/2$ до A .

2.2. За время $t = 8 \text{ мин}$ амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания β .

2.3. Складываются два колебания одинакового направления, выраженные уравнениями: $X_1 = A_1 \cos 2\pi/T(t + \tau_1)$ и $X_2 = A_2 \cos 2\pi/T(t + \tau_2)$, где $A_1 = 3 \text{ см}$, $A_2 = 2 \text{ см}$, $\tau_1 = 1/6 \text{ с}$, $\tau_2 = 1/3 \text{ с}$, $T = 2 \text{ с}$. Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.

3.1. Частица колеблется вдоль оси x по закону $x = 0,1 \sin(2\pi t)$. Найти значения модуля скорости частицы в моменты времени $t_1 = T/8$ и $t_2 = T/4$.

3.2. Амплитуда колебаний маятника длиной $l = 1 \text{ м}$ за время $t = 10 \text{ мин}$ уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент затухания λ .

3.3. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющие одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

4.1. Роль физического маятника выполняет тонкий стержень, подвешенный за один из его концов. При какой длине l стержня период колебаний этого маятника будет равен 1 с ?

4.2. Логарифмический декремент затухания λ маятника равен $0,003$. Определить число N полных колебаний, которые должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в два раза.

4.3. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выраженных уравнениями: $X = A_1 \cos \omega_1 t$ и $Y = A_2 \cos \omega_2(t + \tau)$, где $A_1 = 4 \text{ см}$, $\omega_1 = \pi \text{ с}^{-1}$, $A_2 = 8 \text{ см}$, $\omega_2 = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1 \text{ с}$. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

5.1. Роль физического маятника выполняет тонкий стержень, подвешенный за один из его концов. Чему равен период колебаний T при длине стержня в 1 м ?

5.2. Гирия массой $m = 500 \text{ г}$ подвешена к спиральной пружине жесткостью $k = 20 \text{ Н/м}$ и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент затухания $\lambda = 0,628$. Найти число N полных колебаний, которые должна совершить гирия, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в $n = 2$ раза. За какое время t произойдет это уменьшение?

5.3. Материальная точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях: $X = \sin t$; $Y = \cos t$. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

6.1. Два маятника начинают одновременно совершать колебания. За время первых 15 колебаний первого маятника второй совершил только 10 колебаний. Определите отношение длин маятников.

6.2. Определить период T затухающих колебаний, если период T собственных незатухающих колебаний системы равен 1 с и логарифмический декремент затухания $\lambda = 0,628$.

6.3. Найти фазу и амплитуду результирующего колебания после сложения двух гармонических колебаний, заданных уравнениями: $X_1 = 2\sin(3t + \pi/3)$ см и $X_2 = 4\sin(3t + 4/3\pi)$ см.

7.1. Как относятся длины математических маятников, если за одно и то же время один из них совершает 10, а другой 30 колебаний?

7.2. Найти число N полных колебаний системы, в течении которых энергия системы уменьшилась в $n = 2$ раза. Логарифмический декремент затухания 0,01.

7.3. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях: $X = 2\cos 10t$ и $Y = 3\cos(10t + \pi)$. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

8.1. За одно и то же время один математический маятник делает 50 колебаний, а другой - 30. Найдите их длины, если один из них на 32 см короче другого.

8.2. За 10 с амплитуда свободных колебаний уменьшается в 10 раз. За какое время τ амплитуда уменьшится в 100 раз?

8.3. Складываются два колебания одинакового направления и периода: $X_1 = A_1 \sin \omega_1 t$ и $X_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см, $\omega_1 = \omega_2 = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = \pi$ рад. Определить амплитуду и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение.

9.1. Заряд на обкладках конденсатора колебательного контура меняется по закону $q = 2 \cdot 10^{-6} \cos(10^4 \pi t)$ Кл. Найдите амплитуду колебаний заряда, период и частоту колебаний, запишите уравнение зависимости напряжения на конденсаторе от времени и силы тока в контуре от времени.

9.2. За 10 с амплитуда свободных колебаний уменьшается в 2 раза. В течение какого промежутка времени амплитуда уменьшится в 10 раз?

9.3. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $X = A_1 \cos(\omega_1 t)$ и $Y = A_2 \cos(\omega_2(t + \tau))$, где $A_1 = 4$ см, $A_2 = 8$ см, $\omega_1 = \omega_2 = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1$ с. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

10.1. Груз на пружине совершает колебания с периодом 1 с, проходя по вертикали расстояние 30 см. Какова максимальная скорость груза, максимальное ускорение?

10.2. За время $t = 16,1$ с амплитуда колебаний уменьшается в $n = 5$ раз. Найти коэффициент затухания β и время, за которое амплитуда уменьшится в e раз.

10.3. Складываются три гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами ($T = 2$ сек) и амплитудами ($A = 3$ см). Начальные фазы колебаний: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 1/3 \pi$, $\alpha_3 = 2/3 \pi$. Построить при помощи масштабной линейки и транспортира векторную диаграмму сложения амплитуд. Определить из чертежа амплитуду и начальную фазу результирующего колебания, написать его уравнение.

11.1. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин диаметром 8 см. Между пластинами зажата стеклянная пластинка толщиной 5 мм. Обкладки конденсатора замкнуты через катушку индуктивностью 0,02 Гн. Определите частоту колебаний, возникающих в этом контуре (ϵ стекла возьмите в справочнике).

11.2. За 100 с система успевает совершить 100 колебаний. За это же время амплитуда колебаний уменьшается в 2,718 раз. Чему равны коэффициент затухания β и логарифмический декремент затухания λ ?

11.3. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $X = \cos \pi t$ см и $Y = 10 \cos \pi t$ см. Найти уравнение траектории точки $y(x)$ и скорость точки в момент времени 1 с.

12.1. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,003 Гн и плоского конденсатора. Пластины конденсатора в виде дисков радиусом 1,2 см расположены на расстоянии 0,3 мм друг от друга. Определите период собственных колебаний контура. Каким будет период колебаний, если конденсатор заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью 4?

12.2. За 100 с система совершает 100 колебаний. При этом амплитуда колебаний уменьшается в e раз. Найти относительную убыль энергии системы $\Delta E/E$ за период колебаний.

12.3. Найти графически амплитуду колебаний, которые возникают при сложении следующих колебаний одного направления: $X_1 = 3 \cos \omega t$, $X_2 = 5 \cos(\omega t + \pi / 4)$, $X_3 = 6 \sin(\omega t)$.

13.1. Катушка индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $0,01 \text{ м}^2$ и расстоянием между ними 0,1 м. Найдите диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на частоту 400 кГц.

13.2. Амплитуда затухающих колебаний осциллятора за время t уменьшается вдвое. Как за это время изменилась механическая энергия осциллятора? За какое время его энергия уменьшилась вдвое?

13.3. Точка участвует одновременно в двух колебаниях одного направления, которые происходят по законам: $X_1 = 10 \cos \pi t$ см и $X_2 = 15 \cos \pi t$ см. Найти максимальную скорость точки.

14.1. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью 5 мкГн и конденсатора емкостью 1330 пФ, равно 1.2 В. Сопротивление ничтожно мало. Определите: а) максимальное значение силы тока в контуре; б) максимальное значение магнитного потока, если число витков катушки равно 28.

14.2. а) Два следующих друг за другом наибольших отклонения в сторону секундного маятника отличаются друг от друга на 1%. Каков коэффициент затухания этого маятника?

б) Шарик этого маятника заменили шариком того же радиуса, но с массой в 4 раза большей. Как это скажется на затухании колебаний?

14.3. При сложении двух гармонических колебаний одного направления результирующее колебание точки имеет вид: $X = 3 \cos(2,1t) \cdot \cos(50,0t)$, где t - в секундах. Найти круговые частоты складываемых колебаний.

15.1. На конденсаторе, включенном в колебательный контур, максимальное напряжение равно 100 В. Емкость конденсатора 10 пФ. Определите максимальные значения электрической и магнитной энергии в контуре.

15.2. Найти логарифмический декремент затухания тонкого стержня, подвешенного за один из его концов, если за промежуток времени $t = 5$ мин его полная механическая энергия уменьшилась в $n = 4 \cdot 10^2$ раз. Длина стержня $l = 50$ см.

15.3. Точка движется в плоскости xu по закону $X = A \sin \omega t$, $Y = B \cos \omega t$, где $A = B = 10$ см, $\omega = 2\pi$ рад/с. Найти уравнение траектории точки $y(x)$ и ускорение точки в момент времени 2 с.

16.1. В колебательном контуре индуктивность катушки равна 0,2 Гн. Амплитуда силы тока 40 мА. Найдите энергию магнитного поля катушки и энергию электрического поля конденсатора в тот момент, когда мгновенное значение силы тока в 2 раза меньше амплитудного. Сопротивлением в контуре пренебречь.

16.2. Амплитуда колебаний маятника за 10 с уменьшается в 10 раз. Найти коэффициент затухания и время, за которое амплитуда колебаний уменьшится в 5 раз.

16.3. Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинакового направления и периода: $X_1 = 10 \sin 3\pi t$ и $X_2 = 12 \sin(3\pi t + \pi/2)$. Написать уравнение результирующего колебания.

17.1. Найдите отношение энергии магнитного поля к энергии электрического поля для момента времени $T/8$, считая, что процессы происходят в идеальном колебательном контуре.

17.2. Затухающие колебания точки происходит по закону $X = a_0 e^{-\beta t} \sin \omega t$, где $a_0 = 10$ см, $\beta = 0,1$ с⁻¹, $\omega = 2\pi$ рад/с. Найти амплитуду колебаний и скорость точки в момент времени $t = 0,25$ с.

17.3. Найти уравнение траектории $y(x)$ точки, если она участвует в 2-х взаимно перпендикулярных колебаниях: $X = 2 \sin \pi t$ см, $Y = 3 \cos \pi t$ см. Начертить график траектории и указать направления движения, найти координаты точки для $t = 0,75$ с.

18.1. После того, как конденсатору колебательного контура был сообщен заряд 10^{-6} Кл, в контуре произошли затухающие колебания. Какое количество теплоты выделится в контуре к тому моменту времени, когда колебания полностью затухнут? Емкость конденсатора равна $0,01$ мкФ.

18.2. Найти логарифмический декремент затухания математического маятника длины $l = 50$ см, если за промежуток времени $\tau = 5$ мин его полная механическая энергия уменьшилась в $n = 4 \cdot 10^2$ раз.

18.3. Смещение светящейся точки на экране осциллографа является результатом сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, которые описываются уравнениями: $X = 1,5 \sin 2\pi t$ см и $Y = 3 \sin 2\pi t$ см. Написать уравнение $y(x)$ и построить траекторию светящейся точки, найти скорость точки для $t = 0,75$ с.

19.1. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает колебания, уравнение которых имеет вид: $X = A \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 5$ с $^{-1}$. Найти силу F , действующую на точку, в двух случаях: а) в момент, когда фаза $\omega t = \pi / 3$; б) в положении наибольшего смещения точки.

19.2. Однородный диск радиусом $R = 13$ см может вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к его плоскости и проходящей через край диска. Найти период малых колебаний этого диска в поле тяжести Земли, если логарифмический декремент затухания $\lambda = 1,00$.

19.3. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $X = A_1 \cos \pi t$ и $Y = A_2 \sin \pi t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 3$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения, найти скорость точки для $t = 0,75$ с.

20.1. Колебания материальной точки массой $m = 0,1$ г происходят согласно уравнению $X = A \cos \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 20$ рад/с. Определить максимальное значение возвращающей силы F_{\max} и кинетической энергии T_{\max} .

20.2. Математический маятник длиной 1 м совершает затухающие колебания. За время $t = 1$ мин амплитуда колебаний уменьшилась в три раза. За какое время амплитуда колебаний маятника уменьшится в 9 раз?

20.3. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $X = A_1 \cos 2\pi t$ и $Y = -A_2 \cos 2\pi t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см. Найти уравнение траектории и построить ее, найти скорость точки для $t = 0,25$ с.

21.1. Найти возвращающую силу F в момент $t = 1$ с и полную энергию E материальной точки, совершающей колебания по закону $X = A \cos \omega t$, где $A = 20$ см, $\omega = 2\pi / 3$ с $^{-1}$. Масса m точки равна 10 г.

21.2. Маленький шарик на нити длиной 1,5 м сместили из положения равновесия на расстояние $a = 1$ см и предоставили самому себе. За какое время амплитуда колебаний уменьшится в 2 раза, если логарифмический декремент затухания $\lambda = 0,02$?

21.3. Движение точки задано уравнениями: $X = A_1 \sin \omega t$ и $Y = A_2 \sin \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 10$ см, $A_2 = 5$ см, $\omega = 2$ с $^{-1}$, $\tau = \pi / 4$ с. Найти уравнение траектории и скорость точки в момент времени $t = 0,5$ с.

22.1. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению $X = A \cos \omega t$, где $A = 8$ см, $\bar{\omega} = 2\pi/3$ рад/с. В момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения -5 мН, потенциальная энергия Π точки стала равной 100 мкДж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу.

22.2. В контуре совершаются свободные затухающие колебания, при которых напряжение на конденсаторе меняется во времени по закону $U = 100 \exp(-0,1t) \cos(200\pi t)$ В. Через сколько времени амплитуда напряжения на конденсаторе будет равна 10 В?

22.3. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $X = A_1 \sin t$ и $Y = A_2 \cos t$, где $A_1 = 0,5$ см, $A_2 = 2$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

23.1. На концах тонкого стержня длиной $l = 30$ см укреплены одинаковые грузики по одному на каждом конце. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через точку, удаленную на $d = 10$ см от одного из концов стержня. Определить приведенную длину L и период колебаний T такого физического маятника. Массой стержня пренебречь.

23.2. Конденсатор емкостью 10 мкФ зарядили до напряжения 400 В и подключили к катушке. После этого возникли затухающие электрические колебания. какое количество теплоты выделится в контуре за время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшится вдвое?

23.3. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1,5$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = \pi/2$, $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение и построить с соблюдением масштаба диаграмму сложения амплитуд.

24.1. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика: один - в середине стержня, другой - на одном из его концов. Стержень колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период колебаний T такой системы. Массой стержня пренебречь.

24.2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкости $C = 4$ мкФ и катушки с индуктивностью $L = 2$ мГн и активным сопротивлением $R = 10$ Ом. Найти отношение энергии магнитного поля катушки к энергии электрического поля конденсатора в момент максимума тока.

24.3. Складываются два гармонических колебания одинаковой частоты и одинакового направления: $X_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $X_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Начертить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$. Определить аналитически амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = \pi/3$, $A_2 = 2$ см, $\varphi_2 = 5\pi/6$.

25.1. Диск радиусом $R = 24$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить приведенную длину L и период колебаний такого маятника.

25.2. Колебательный контур имеет емкость $C = 10$ мкФ, индуктивность $L = 25$ мГн и активное сопротивление $R = 1,0$ Ом. Через сколько колебаний амплитуда тока в этом контуре уменьшится в e раз?

25.3. Складываются два гармонических колебания одинаковой частоты и одинакового направления: $X_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $X_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Начертить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$. Определить аналитически амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. $A_1 = 1$ см, $A_2 = 1$ см, $\varphi_1 = 2\pi/3$, $\varphi_2 = 7\pi/6$.

26.1. Роль физического маятника выполняет тонкий обруч, подвешенный на гвозде. Диаметр обруча 1 м. Определить период колебаний маятника.

26.2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 7 мкФ, катушки, индуктивность которой 0,23 Гн, и сопротивления 40 Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $5,6 \cdot 10^{-6}$ Кл. Найти: а) период колебаний контура; б) логарифмический декремент затухания колебаний. Написать уравнения зависимости изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени и силы тока от времени.

26.3. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 10$ см и $A_2 = 6$ см складываются в одно колебание с амплитудой $A = 14$ см. Найти разность фаз складываемых колебаний.

27.1. Математический маятник длиной $l_1 = 40$ см и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной $l_2 = 60$ см синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние a центра масс стержня от оси колебаний.

27.2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью в 2,2 мкФ и катушки, индуктивность которой $5,07 \cdot 10^{-3}$ Гн. 1) При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора через 10 с колебаний уменьшится в три раза? 2) Чему при этом равно сопротивление контура?

27.3. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинакового направления и периода: $X_1 = A_1 \sin \omega t$ и $X_2 = A_2 \sin \omega (t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение результирующего колебания.

28.1. Физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной $l = 120$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на расстояние 20 см от середины стержня. Найти период колебаний маятника.

28.2. Колебательный контур состоит из индуктивности в 10^{-3} Гн, емкости в 0,405 мкФ и сопротивления в 2 Ом. Найти, во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за период колебания.

28.3. При изучении гармонических колебаний осциллятора электрическое напряжение, пропорциональное смещению осциллятора, подается на x - пластины

осциллографа, А напряжение, пропорциональное скорости, - на у - пластины. Какую картину мы видим на экране?

29.1. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 4 Гн и конденсатора емкостью 1 мкФ. Амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора равна 100 мкКл. Напишите уравнение зависимости $q(t)$, $i(t)$ и $U(t)$.

29.2. Логарифмический декремент затухания камертона, колеблющегося с частотой 100 Гц, равен 0,002. Через сколько времени амплитуда колебаний конца ножки камертона уменьшится до 0,01 от начальной величины?

29.3. Математический маятник (шарик на нити длиной 1 м) участвует в 2-х взаимно перпендикулярных колебаниях по закону $X = 2\cos\omega t$ см, $Y = 2\sin\omega t$ см. По какой траектории движется шарик? Определите длину этой траектории.

30.1. Груз массой 40 г совершает колебания на пружине жесткостью 250 Н/м. Амплитуда колебаний 15 см. Найдите полную механическую энергию колебаний и наибольшую скорость. В каком положении она достигается?

30.2. Через сколько времени энергия колебаний камертона с частотой 600 Гц уменьшится в 10^6 раз, если логарифмический декремент затухания равен $\lambda = 8 \cdot 10^{-4}$?

30.3. Маленький шарик, подвешенный на нити длиной 50 см, участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $X = 1,0\sin\omega t$ см и $Y = 2,0\cos\omega t$ см. Определите модуль скорости шарика в момент времени 1 с и напишите уравнение результирующего колебания.