

////////

Лабораторная работа № 74

Проверка предсказаний квантовой теории для спектра атома водорода

Цель работы: сравнить расчётные значения длин волн спектра атома водорода с их значениями, определёнными опытным путём.

I. Приборы и принадлежности

1. Монохроматор.
2. Водородная лампа и источник питания к ней.

II. Подготовка к работе

1. Изучить теорию по учебникам и лекциям.
2. Изучить описание данной работы и заготовить таблицы.
3. Проверить свою подготовку, ответив на вопросы для допуска к работе.

Основная литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1997.
2. Тюшев А.Н. Курс лекций по физике. Часть 5. Квантовая физика: Учебное пособие. Лек. 4; лек. 8, § 1; лек. 9, § 3. – Новосибирск: СГГА, 2003.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 3. § 12, 17–24, 28. – М., 1982.

Дополнительная литература

4. Тюшев А.Н. Физика в конспективном изложении. Часть 3. Основы молекулярной физики и термодинамики. Квантовая физика: Учеб. пособие. – Новосибирск. СГГА, 2002. – С. 88–92, 114–116, 123.

III. Вопросы для допуска к работе

1. Расскажите о волновой функции, её вероятностной интерпретации.
2. Запишите уравнение Шрёдингера для стационарных состояний.
3. Запишите стационарное уравнение Шрёдингера для атома водорода. При каких значениях полной энергии оно имеет однозначные, конечные и непрерывные решения?

4. Изобразите схему уровней энергии атома водорода. При каких переходах могут излучаться фотоны?
5. Расскажите о спектральных сериях. Как они объясняются квантовой теорией?
6. Каковы границы видимого спектра?

IV. Теоретическое введение

Совокупность гармонических волн, на которые может быть разложено излучение, создаваемое каким-либо источником, называется его спектром. Расчёт длин волн спектра атома водорода делается на основе квантовой теории.

Основное понятие квантовой теории – волновая функция. Она обозначается греческими буквами «пси»: Ψ – временная волновая функция, ψ – волновая функция стационарного состояния.

Для одной частицы, движущейся во внешнем поле, волновая функция зависит от координат этой частицы и времени, т. е. $\Psi = \Psi(\vec{r}, t)$. Если внешнее поле не зависит от времени (стационарно), то волновая функция может быть представлена в следующем виде:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot \exp\left[-i\frac{E}{\hbar} \cdot t\right]. \quad (74.1)$$

Здесь \vec{r} – радиус-вектор частицы; t – время; E – энергия стационарного состояния; $\hbar = 1,05450 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Волновая функция имеет следующий физический смысл: квадрат её модуля для какой-либо точки пространства, умноженный на элемент объёма dV , включающий эту точку, определяет вероятность $d\omega$ того, что частица будет обнаружена в пределах объёма dV :

$$d\omega = \Psi(\vec{r}, t) \cdot \Psi^*(\vec{r}, t) \cdot dV = \psi(\vec{r}) \cdot \psi^*(\vec{r}) \cdot dV = |\psi|^2 \cdot dV. \quad (74.2)$$

Здесь ψ^* – волновая функция, полученная из ψ заменой i на $-i$.

Вероятностная интерпретация волновой функции – один из основных постулатов квантовой механики. Волновая функция ψ является решением уравнения Шрёдингера для стационарных состояний:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \cdot \nabla^2 \psi(\vec{r}) + U(\vec{r}) \cdot \psi(\vec{r}) = E \cdot \psi(\vec{r}). \quad (74.3)$$

Значок ∇^2 – (читается «набла квадрат») обозначает оператор Лапласа, в декартовых координатах он имеет следующий вид:

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (74.4)$$

В нашем случае m_e в уравнении Шрёдингера (74.3) обозначает массу электрона; $U(\vec{r})$ – его потенциальная энергия; E – полная энергия электрона.

Для атома водорода, состоящего из ядра, имеющего заряд $+e$, и одного электрона, заряд которого $-e$, потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром зависит только от расстояния r электрона до ядра:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (74.5)$$

здесь $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

По этой причине оператор Лапласа в уравнении Шрёдингера (74.3) целесообразно выразить в сферических координатах r, ϑ, φ :

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin \vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin^2 \vartheta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (74.6)$$

Решения уравнения (74.3) с потенциальной энергией (74.5) существуют при любых положительных значениях полной энергии E . Если же E меньше нуля, что соответствует связанным состояниям электрона в атоме, то однозначные, конечные, непрерывные решения уравнения Шрёдингера существуют только при значениях E , определяемых следующей формулой:

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}. \quad (74.7)$$

В соответствии с формулой (74.7) E_n может изменяться только скачкообразно (дискретно) с изменением *главного квантового числа* n . Это число принимает следующие значения:

$$n = 1, 2, 3... \text{ и т. д.},$$

т. е. любые положительные целые, начиная с единицы.

Впервые формула (74.7) была получена в 1913 г. Нильсом Бором на основе двух сформулированных им постулатов.

Испускание квантов света (фотонов) происходит при переходах электронов с одного уровня энергии E_n на другой, более низкий уровень E_m ($E_m < E_n$). При этом энергия испущенного фотона:

$$\hbar\omega = E_n - E_m, \quad (74.8)$$

где ω – круговая частота излучения.

На рис. 74.1 изображены в масштабе энергетические уровни атома водорода в соответствии с формулой (74.7). Переходы электронов с испусканием

фотонов обозначены на этом рисунке стрелками. Квантовое число ℓ задаёт момент импульса в атоме водорода. Сверху, над значениями ℓ , приведены соответствующие спектроскопические обозначения (s, p, d, \dots). Излучение фотона происходит с изменением числа ℓ на единицу.

Формулу для энергии испущенного фотона мы получим, подставляя в формулу (74.8) выражения для энергий стационарных состояний (74.7):

$$\hbar\omega = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad (74.9)$$

где m и n – значения главного квантового числа в состояниях с уровнями энергии E_m и E_n , причем $n > m$.

Так как длина электромагнитной волны в вакууме $\lambda = 2\pi c/\omega$ ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме), то из формулы (74.9) для определения длины волны получим следующее выражение:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 c} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (74.10)$$

Введя обозначение

$$R_\infty \equiv \frac{m_e e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 c}, \quad (74.11)$$

получим:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (74.12)$$

Величину R_∞ называют постоянной Ридберга, её экспериментальное значение

$$R_\infty = 1,097373177 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \cong 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$$

получено для случая неподвижного ядра атома водорода. При учете движения ядра величина m_e в формуле (74.11) заменяется на приведенную массу:

$$\mu = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{M}}, \quad (74.13)$$

где M – масса ядра.

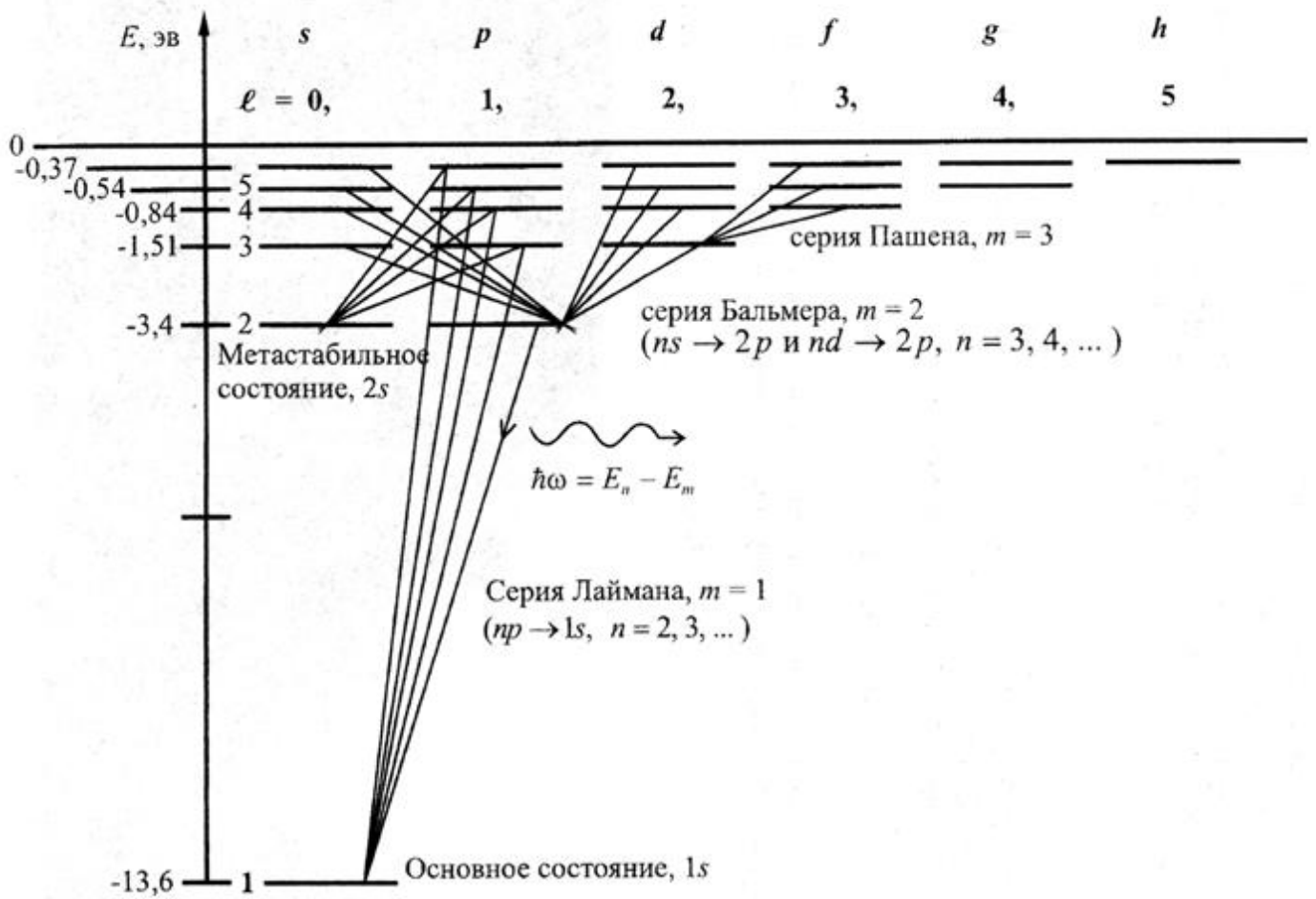


Рис. 74.1. Энергетический спектр атома водорода

V. Лабораторная установка и метод измерений

На рис. 74.2 представлен внешний вид лабораторной установки, а на рис. 74.3 представлена её схема.

В данной лабораторной установке используется монохроматор с дифракционной решёткой. Длина волны исследуемого излучения определяется из условия максимума первого порядка для дифракционной решётки:

$$d \sin \varphi = \lambda,$$

где d – период решётки; φ – угол, под которым наблюдается дифракционный максимум; λ – длина световой волны.

Для используемой в установке решётки

$$d = 16545,45 \text{ \AA}, \quad 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м.}$$

Таким образом, для расчёта значения длины волны по полученному экспериментально углу наблюдения получается следующая формула:

$$\lambda = 16545,45 \cdot \sin \varphi, \text{ \AA}. \quad (74.14)$$

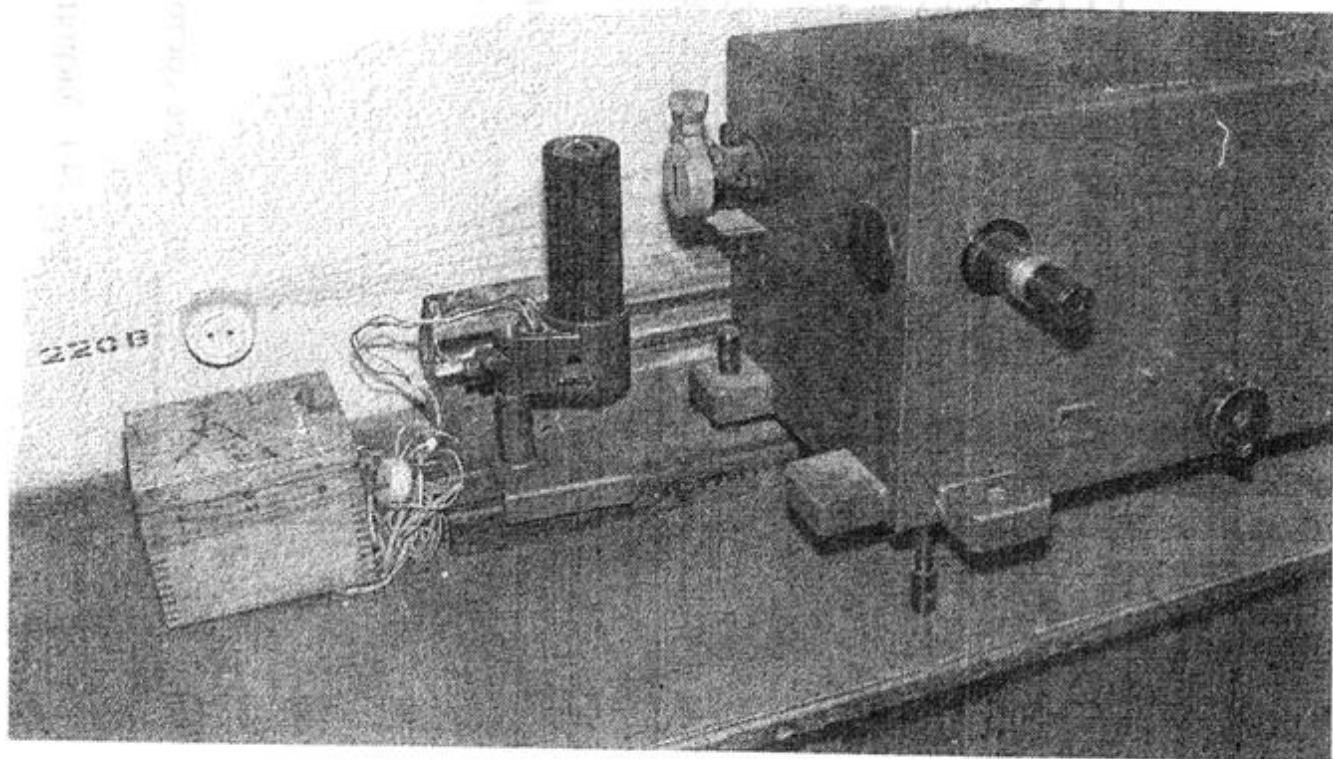
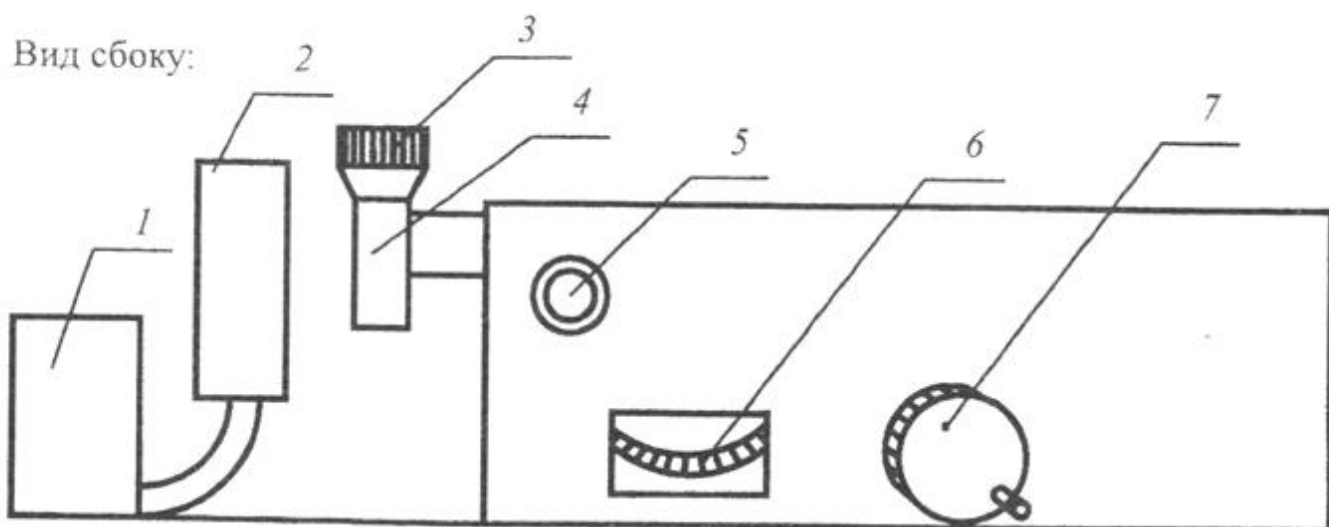


Рис. 74.2. Внешний вид лабораторной установки



Вид сверху: ход лучей в монохроматоре

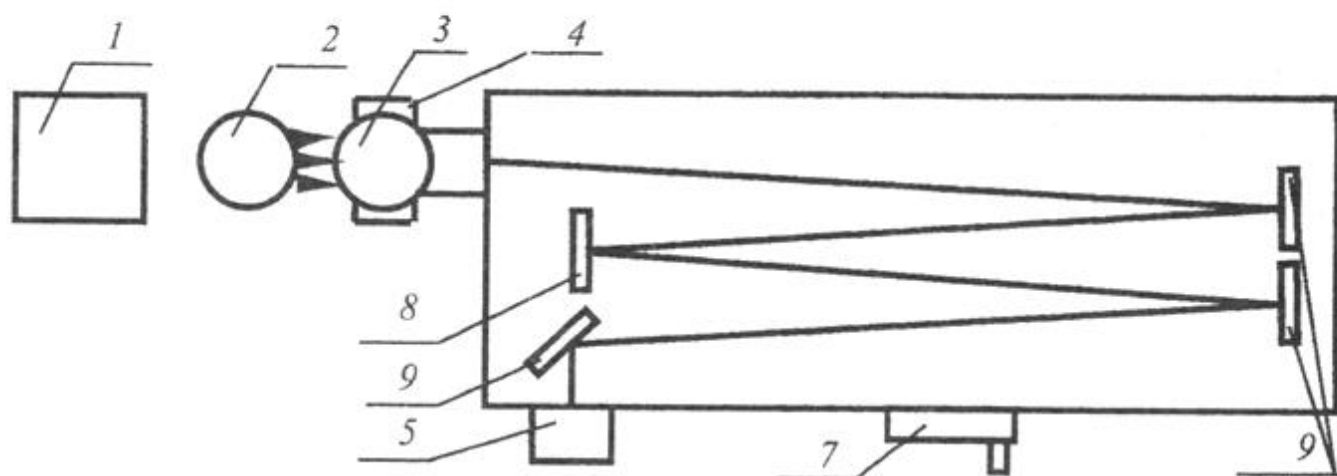


Рис. 74.3. Схема лабораторной установки: 1 – источник питания; 2 – водородная лампа; 3 – регулятор размера щели; 4 – входная щель; 5 – окуляр; 6 – отсчётная шкала φ ; 7 – отсчётный барабан, разбит на 180 делений, два оборота барабана соответствуют одному делению шкалы 6 (одному градусу); 8 – дифракционная решётка (находится в корпусе монохроматора); 9 – зеркало (в корпусе монохроматора)

Так как на отсчётном барабане 7 имеется 180 делений и два его оборота соответствуют одному делению шкалы 6 (одному градусу), то цена одного деления барабана:

$$C_B = \frac{1}{360} \text{ градуса.}$$

Если после прохождения отметки целого числа градусов на шкале 6 барабан 7 повернут меньше, чем на 1 оборот, то для перевода отсчёта по барабану в доли градуса надо этот отсчёт поделить на 360. Если же барабан повернут боль-

Ожидаемый отсчет на шкале 6 равен целому числу градусов угла φ , отсчет по барабану 7 равен $360 \times$ «десятичные доли градусов».

Задание 2. Определить опытным путём значения углов дифракции φ для ожидаемых линий, значения их длин волн λ , сравнить эти значения с рассчитанными в задании 1. На основе полученных в заданиях 1 и 2 результатов сделать выводы.

Порядок выполнения задания 2

1. Вставить окуляр 5 (см. рис. 74.3).
2. Включить в сеть источник питания.
3. Поставить на нуль отсчёты шкалы 6 и барабана 7.
4. Открыть щель 4 винтом 3.
5. Отрегулировать положение водородной лампы, добиваясь максимальной яркости неокрашенного максимума нулевого порядка.
6. Определить поправку нулевого отсчёта Δ .
Для этого вращением барабана 7 влево-вправо совместить максимум нулевого порядка с визирной линией окуляра. Установить оптимальный размер входной щели. Снять отсчёт Δ по шкале 6 и барабану 7.
Если значение $\Delta > 0$, то при измерениях это значение следует отнимать от показаний отсчётных устройств. При $\Delta < 0$, значение Δ следует прибавлять к показаниям отсчётных устройств.
7. Определить экспериментальные значения длин волн. Для этого:
 - а) вращая барабан 7, установить значение φ , равное расчётному. В спектре излучения используемой лампы, наряду с линиями, излучаемыми атомарным водородом, присутствует множество слабых линий, излучаемых молекулами водорода (см. [3], лек. 9 § 3, 4, с. 123). Нам нужно на фоне этих линий найти нужные нам линии, излучаемые атомарным водородом, длины волн которых были рассчитаны в задании 1. Их следует искать в районе расчётных значений φ , определённых в задании 1;
 - б) найденные экспериментально значения показаний отсчётных устройств для каждой линии занести в таблицу;
 - в) перевести показания отсчётных устройств в значения угла φ и рассчитать по формуле (74.14) экспериментальные значения длин волн.
8. Для каждой длины волны найти разницу

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{теор.}} - \lambda. \quad (74.16)$$

9. Для каждой длины волны найти относительное расхождение эксперимента и теории

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_{\text{эсп.}}} \quad (74.17)$$

10. На основе полученных в лабораторной работе результатов и сделанных наблюдений сделать выводы.

VII. Контрольные вопросы

1. Исходя из формулы (74.7) для энергии стационарных состояний, получите выражение (74.10) для определения длины волны испускаемого атомом водорода излучения.
2. Сколько линий и какого цвета Вы видели в спектре излучения водорода?
3. Из какого условия определяется экспериментальное значение длины волны исследуемого излучения в данной лабораторной установке?
4. Почему состояние $2s$ является метастабильным?